Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 4

Задача 2. В сосуде у нас может быть и вода и пар.

При атм. давл. (10^5 Па) - температура пара $T = 373$ K.

Значит $pV = \frac{m}{\mu}RT$ $\mu = 18 \frac{г}{моль}$ (m - масса пара)

Отсюда видно, что $m = \frac{\mu pV}{RT} < 18г$.

Значит, чтобы давл. ↓ на 10% надо сначала убрать всю воду из сосуда

$m_в = M - m$ ($M = 18г$ $m_в$ - масса жидк. воды)

Потом надо будет еще убрать часть пара для ↓ давл.

(m' - масса б. пары при давл. 0,9p)

$0,9p \cdot V = \frac{m'}{\mu}RT \Rightarrow m' = 0,9m \Rightarrow \Delta m = m - 0,9m = 0,1m$

(Δm - масса убранного пара)

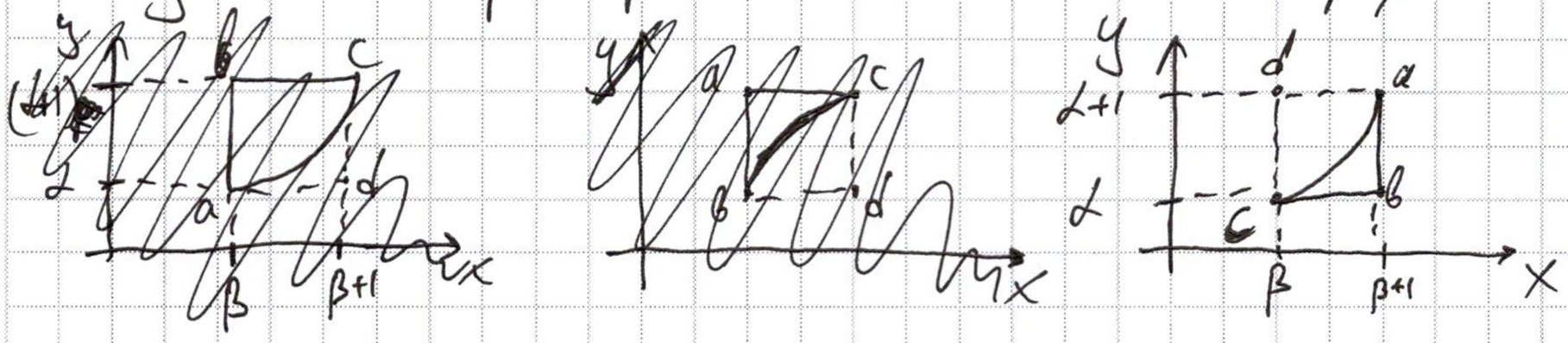
$\Delta M = \Delta m + m_в = M - 0,9m = M - \frac{9}{10} \cdot \frac{\mu pV}{RT} = \frac{10M - 9\mu pV}{10RT}$

Ответ: $\frac{10M - 9\mu pV}{10RT}$.

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задача 5.

Сделаем характерные пометки на графике:



Давайте найдём КПД цикла abca:

$A_{abca} = p_0V_0 - \frac{1}{4}\pi p_0V_0 = \frac{4-\pi}{4} p_0V_0$

$Q_{abca} = Q_{ca} = |Q_{ab}| + |Q_{bc}| + A_{abca}$ $\quad (i=3)$

$|Q_{ab}| = \frac{i}{2}((k+1)(\beta+1)p_0V_0 - k(\beta+1)p_0V_0) = \frac{i}{2}\cdot(\beta+1)p_0V_0$

$|Q_{bc}| = \frac{i+2}{2}((\beta+1)kp_0V_0 - k\beta p_0V_0) = \frac{i+2}{2} k p_0V_0$

$$\eta = \frac{\frac{4-\pi}{4}p_0V_0}{\frac{i}{2}(\beta+1)p_0V_0 + \frac{i+2}{2}kp_0V_0 + \frac{4-\pi}{4}p_0V_0} = \frac{4-\pi}{2i(\beta+1)+2(i+2)k+4-\pi} = \frac{4-\pi}{6\beta+10k+10-\pi}$$

η_1 – КПД цикла acda и η_2 – КПД цикла abcda

$A_1 = \frac{\pi}{4}p_0V_0 \qquad Q_1 = Q_{cd} + Q_{da} = \frac{i}{2}\beta p_0V_0 + \frac{i+2}{2}(k+1)p_0V_0$

$$\eta_1 = \frac{\frac{\pi}{4}p_0V_0}{\frac{i}{2}\beta p_0V_0 + \frac{i+2}{2}(k+1)p_0V_0} = \frac{\pi}{2i\beta+2(i+2)(k+1)} = \frac{\pi}{6\beta+10k+10}$$

$A_2 = p_0V_0 \qquad Q_2 = Q_{cd} + Q_{da} = \frac{i}{2}\beta p_0V_0 + \frac{i+2}{2}(k+1)p_0V_0$

$$\eta_2 = \frac{p_0V_0}{\frac{i}{2}\beta p_0V_0 + \frac{i+2}{2}(k+1)p_0V_0} = \frac{2}{i\beta+(i+2)(k+1)} = \frac{2}{3\beta+5k+5}$$

$$6\beta+10k = \frac{4-\pi}{\eta} - 10 + \pi \Rightarrow \eta_1 = \frac{\pi}{\frac{4-\pi}{\eta}+\pi} = \eta\cdot\frac{\pi}{4-\pi+\eta\pi}$$

$$\eta_2 = \frac{2\cdot 2}{\frac{4-\pi}{\eta} - 10 + \pi + 10} = \frac{4\eta}{4-\pi+\eta\pi}$$

Для получения η_{max} цикла abca надо взять производную от $\eta = \frac{4-\pi}{\dots}$ и понять при каких k и β у нас max.

Ответ: $\frac{\eta\pi}{4+\pi(\eta-1)}$; $\frac{4\eta}{4+\pi(\eta-1)}$ соотв.

olymp.bmstu.ru

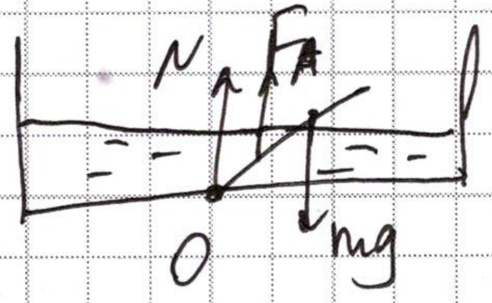
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

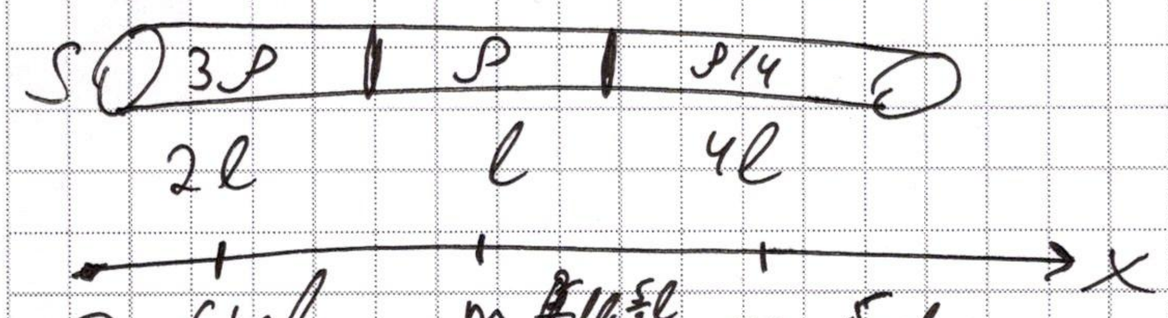
Вариант задания 2

Задача 4.

У нас заготовка поднимается и станет быть вертикально вверх направленной, когда момент силы Архимеда будет больше момента силы тяжести отн. точки касания (т. О)



Сила Архимеда действует в центре части заготовки которая находится в воде



Пусть $m = \rho l S$

ρ - плотность заготовки

S - площадь заготовки

Усл: $x_c = \frac{6mgl + 2,5mgl + 5mgl}{8mg} = \frac{13,5}{8} l = \frac{27}{16} l$

$M_{mg} = 8mg \cdot x_c \cdot \sin\alpha = 8\rho l S g \cdot \frac{27}{16} l \cdot \sin\alpha = \frac{27}{2} \rho l^2 S g \cdot \sin\alpha$, где

α - угол наклона заготовки с горизонтом

$M_A = \rho g \cdot hS \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\alpha$, h - высота уровня воды

$M_{mg} = M_A \Rightarrow \frac{h^2}{2} = \frac{27}{2} l^2 \Rightarrow h = \sqrt{27} l = 3\sqrt{3} l$

Ответ: $3\sqrt{3} l$.

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задача 7. ~~Т.к. суточная разность температур одинакова то~~

Температура колеблется от 35°C до 20°C;

20°C − 5°C ⇒

Ср. температура в жаркий день: 27,5°C, а в прохладный − 12,5°C

Считаем, что в ~~кастрюле~~ ~~на~~ сосуде всегда есть какое-то кол-во воды.

(одинаковое в оба дня)

V - объём сосуда (без учёта воды)

$$p_m \cdot V = \nu R T_m \quad \Rightarrow \quad \frac{p_m}{p_x} = \frac{T_m}{T_x}$$
$$p_x \cdot V = \nu R T_x$$

Также нам известно, что скорость воды пропорциональна $\sqrt{p}$ ⇒

$$v_m = \beta \cdot \sqrt{p_m} \qquad v_x = \beta \cdot \sqrt{p_x}$$

α_m - производительность в жаркий день

α_x - в ~~это~~ прохладный

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_x} = \frac{v_m}{v_x} = \text{(пройденному объёму воды за день)}$$

$$= \frac{v_m}{v_x} = \sqrt{\frac{p_m}{p_x}} = \sqrt{\frac{T_m}{T_x}} = \sqrt{\frac{273+27{,}5}{273+12{,}5}} \approx 1{,}03$$

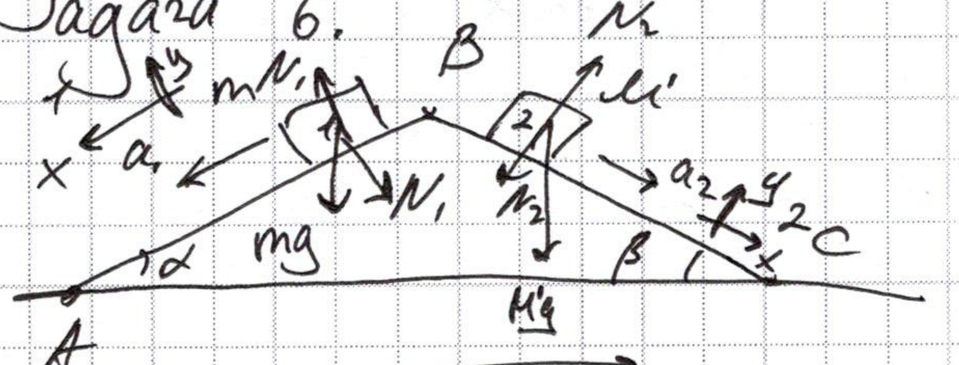
Ответ: 1,03.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

Задача 6.



M' - масса 2 груза

Оу1: (ГруЗ 1)

$mg\cos\alpha = N_1$

Оу2: (ГруЗ 2)

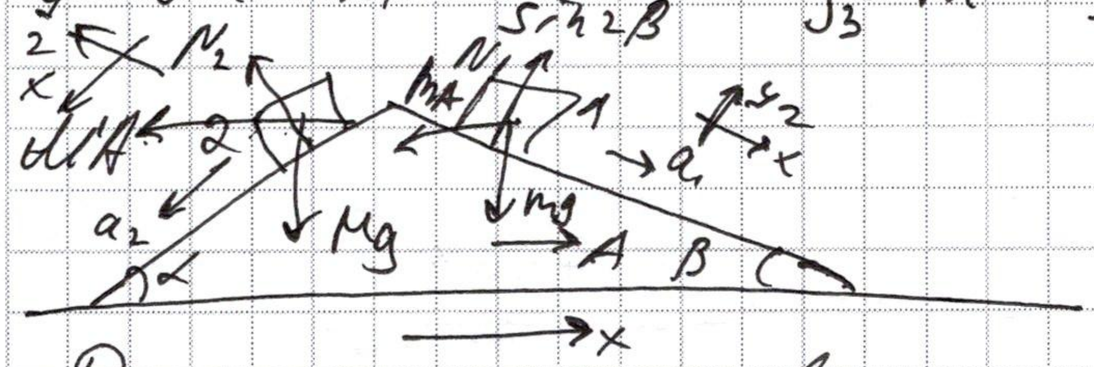
$Mg\cos\beta = N_2$

Ox: (Горка)

$N_1 \sin\alpha = N_2 \sin\beta$

$mg\sin 2\alpha = M'g \sin 2\beta$

$M' = m \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = \frac{2}{\sqrt{3}} m = \frac{2\sqrt{3}}{3} m$



Пусть горка движется по оси Ox с ус. A

Перейдём в неИСО горки.

Оу1: (Fуз 1)

$0 = N_1 - mg\cos\beta - mA\sin\beta \Rightarrow N_1 = m(g\cos\beta + A\sin\beta)$

Оу2: (Fуз 2)

$0 = N_2 - M'g\cos\alpha + M'A\sin\alpha \Rightarrow N_2 = M'(g\cos\alpha - A\sin\alpha)$

Вернёмся в ИСО:

Ox: (Горка)

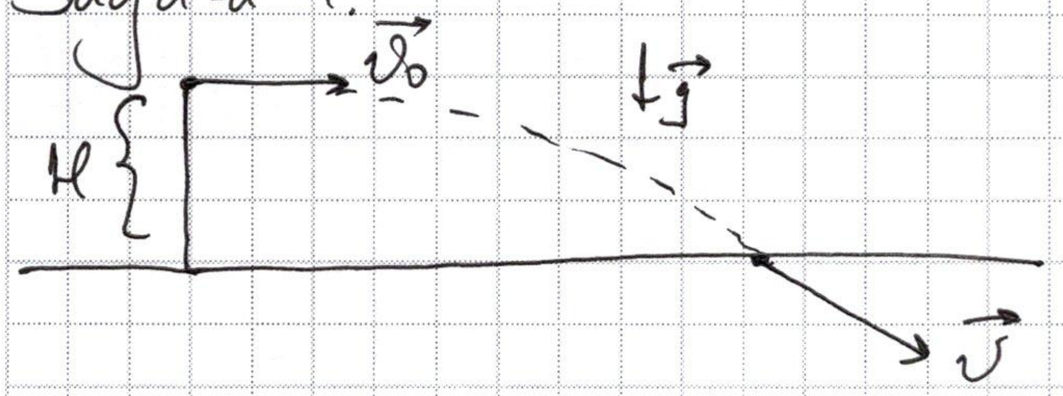
$MA = N_2\sin\alpha - N_1\sin\beta = M'\sin\alpha(g\cos\alpha - A\sin\alpha) + m\sin\beta(g\cos\beta + A\sin\beta)$

$A = g \cdot \frac{M'\sin 2\alpha + m\sin 2\beta}{2(M + M'\sin^2\alpha - m\sin^2\beta)} = \frac{7\sqrt{3}}{6+4\sqrt{3}} g$

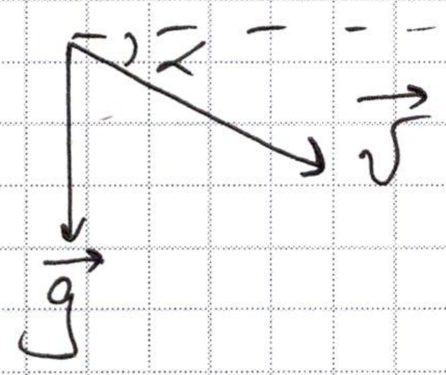
Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3} m$; $\frac{7\sqrt{3}}{6+4\sqrt{3}} g$.

Можно использовать оборот листа для записи решений

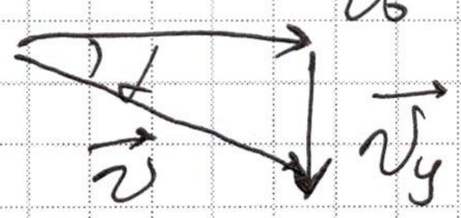
Задача 1.



Найдём a_τ в момент падения

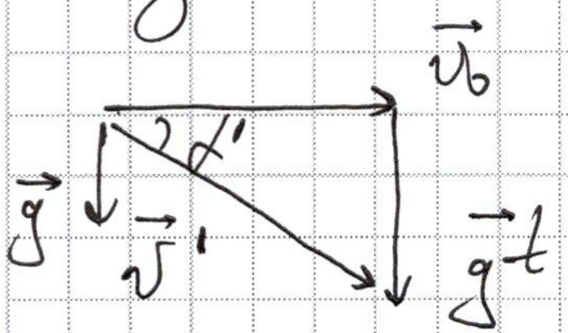


$$a_\tau = g\sin\alpha = g\cdot\frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{v_0^2+2gH}}$$



$v^2 = v_0^2 + v_y^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2+2gH}$ $\left(\frac{mv_y^2}{2} = mgH\right)$

Поймём когда a_τ' - будет средним значением:



$$a_\tau' = g\sin\alpha' = g\cdot\frac{gt}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{a_\tau}{a_\tau'} = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{v_0^2+2gH}}\cdot\frac{\sqrt{v_0^2+\frac{1}{4}\cdot 2Hg}}{\frac{1}{2}\sqrt{2Hg}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{v_0^2+\frac{1}{2}gH}}{\sqrt{v_0^2+2gH}}$$

$$\frac{9}{16} = \frac{v_0^2+\frac{1}{2}gH}{v_0^2+2gH} \Rightarrow 7v_0^2 = 10gH \Rightarrow H = \frac{7}{10}\frac{v_0^2}{g} = 7\text{м}.$$

Ответ: 7м.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

Задача 3.

Вначале у нас есть какая-то потен. и кин. энергия, в конце ~~то~~, когда корабль будет на некоторой высоте энергия будет тоже та же.

Найдем P_0 и K_0:

$K_0 = \frac{mv^2}{2}$ m-масса корабля ; $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

M-масса планеты

G-грав. пост.

$P_0 = \frac{GMm}{R-h} \cdot$ ~~k~~ kolл

Мы домножили на k_0 т.к. масса планеты будет не вся учтена, ведь корабль уже в ней $\Rightarrow$ $kolл = \rho \frac{4}{3}\pi (R-h)^3$, где ρ-плотность астероида

$E_0 = K_0 + P_0 = \frac{GmM}{2R} + \frac{Gm\rho\frac{4}{3}\pi(R-h)^2}{}$

Найдем энергию в конце (когда корабль будет искусственным спутником астероида) H-высота над астероидом

$E_k = P + K = \frac{GM \cdot m}{R+H} + \frac{mv^2}{2}$

Задача 3 (продолжение):

Запишем нормальное ускорение для корабля:

$$\frac{mv^2}{R+H} = ma_n = \frac{GMm}{(R+H)^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R+H}$$

$$E = \frac{GMm}{R+H} + \frac{1}{2}\frac{GMm}{R+H} = \frac{3}{2}\frac{GMm}{R+H}$$

ЗСЭ:

$$E = E_0 \Rightarrow \frac{Gm\cdot\frac{4}{3}\rho\pi R^3}{2R} + Gm\frac{4}{3}\rho\pi(R-h)^2 = \frac{3}{2}\frac{Gm\frac{4}{3}\rho\pi R^3}{R+H}$$

$$\frac{R^2}{2} + (R-h)^2 = \frac{3}{2}\frac{R^3}{R+H} \Rightarrow R+H = \frac{3}{2}\frac{R^3}{\frac{R^2}{2}+(R-h)^2}$$

$$H = \frac{3}{2}\frac{R^3}{\frac{R^2}{2}+(R-h)^2} - R = \frac{3}{2}\cdot\frac{R^3}{\frac{R^2}{2}+\frac{4}{9}R^2} - R = \frac{3}{2}\cdot\frac{18R^3}{9R^2+8R^2} - R = \frac{10}{17}R \approx 272\text{ км}.$$

Ответ: 272 км.